

A I M a p 公開シンポジウム
「数学と産業の協働ケーススタディ」

金融イノベーションと数理手法 (学界と実務界)

1

2018年1月20日

一橋大学大学院商学研究科 池森俊文

【簡単な自己紹介】

(略歴)

1953年7月 広島県生まれ

72年3月 東京大学理科 I 類入学

77年3月 理学部数学科卒業

4月 日本興業銀行入行

(経理部、広島支店)、計量システム開発室、金融商品開発部

フィナンシャルエンジニアリング部、総合リスク管理部

2000年9月 みずほホールディングス(株) 総合リスク管理部

02年4月 みずほ第一フィナンシャルテクノロジー(株) 取締役

07年1月 同社 代表取締役社長

13年4月 同社 退任、一橋大学大学院商学研究科特任教授

現在に至る

数理を使った
金融技術開発
を担当

1. 金融への数理手法適用の経緯

- 製造業と比べると、第三次産業（卸・小売業、サービス業、金融業など）への数理手法適用の歴史は浅い

(1) 四則演算の時代（～1985年頃）

- 銀行はそろばんが大活躍の職場
- 事務処理のための「銀行O/Lシステム」の維持管理

(例外) 融資判断のためのプロジェクト評価（IRR）

多変量解析による財務分析（主成分分析、因子分析、判別分析）

マクロ経済分析（回帰分析、連立方程式系）

産業分析（産業連関分析：行列演算）

(続き)

(2) 金融技術革新 (Financial Technology Revolution)

■ 戦後の安定期：金融理論の登場 → 確率変数による不確実性の分析に共通点

- ・ ポートフォリオ理論 (1952 : H. Markowitz)
- ・ MM理論 (1958 : F. Modigliani and M. H. Miller)
- ・ オプション価格理論 (1973 : F. Black and M. Scholes, 1973 : R. C. Merton)

■ 1970年代に入って戦後体制の綻び → 不確実性の時代へ

- ・ 1971年 ニクソンショック (米ドルの金交換停止、変動相場性に)
- ・ 1973年 第一次オイルショック (原油価格が3倍に、物価上昇、景気後退)
- ・ 1975年～国債大量発行、1977年～国債市中売却認可 → 自由金利市場
- ・ 1978年 第二次オイルショック

(参考1) ポートフォリオ問題

■ 設定

- n 種類の株式の投資収益率 $\tilde{R}_i = r_i + \sigma_i \cdot \tilde{Z}_i$ $\tilde{Z}_i \sim N(0,1)$ $\text{cov}(\tilde{Z}_i, \tilde{Z}_j) = \rho_{i,j}$ ($i = 1, \dots, n$)
- 安全資産の投資収益率 $\tilde{R}_0 = r_0$
- 投資のポートフォリオ構成

$$\tilde{R}_P = \sum_{i=0}^n w_i \cdot \tilde{R}_i \quad , \quad \sum_{i=0}^n w_i = 1$$

$$E[\tilde{R}_P] = \sum_{i=0}^n w_i \cdot r_i$$

<収益性>

$$V[\tilde{R}_P] = \sum_{i,j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

<リスク>

■ 問題

$$E[\tilde{R}_P] = \sum_{i=0}^n w_i \cdot r_i = \mu \quad , \quad \sum_{i=0}^n w_i = 1 \quad \text{の条件下で、}$$

$$V[\tilde{R}_P] = \sum_{i,j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad \text{を最小にするような } w = (w_0, \dots, w_n) \text{ を求めよ。}$$

(参考2) MM理論の問題

■ 設定

- ・ 資産額 A 資産利益率 \tilde{p} (確率変数)
- ・ 負債額 L 負債利率 \tilde{q} (確率変数)

$$\text{資産} = \text{負債} + \text{資本} \quad A = L + E$$

$$\text{損益} = \text{利益 (営業利益)} - \text{負債利息}$$

$$\tilde{R} = \tilde{p} \cdot A - \tilde{q} \cdot L$$

■ ROEの計算

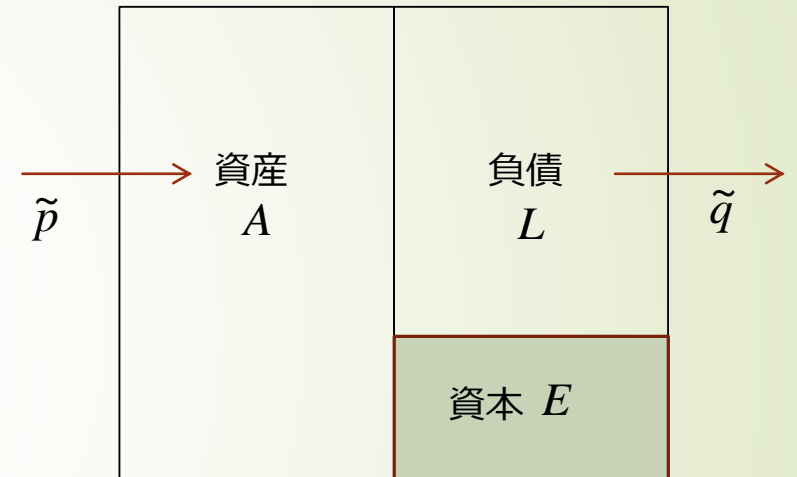
$$ROE = \tilde{r} = \frac{\tilde{R}}{E} = \frac{\tilde{p} \cdot A - \tilde{q} \cdot L}{E} = \tilde{p} + (\tilde{p} - \tilde{q}) \cdot \frac{L}{E}$$

■ ROEの期待値と分散の計算

$$E[\tilde{r}] = E[\tilde{p}] + (E[\tilde{p}] - E[\tilde{q}]) \cdot \frac{L}{E} \quad (\text{レバレッジ効果})$$

$$V[\tilde{r}] = V[\tilde{p}] \cdot \left(1 + \frac{L}{E}\right)^2 + V[\tilde{q}] \cdot \left(\frac{L}{E}\right)^2 - 2Cov[\tilde{p}, \tilde{q}] \cdot \left(1 + \frac{L}{E}\right) \cdot \frac{L}{E}$$

【問題】 最適な負債・資本構成はどのようなものか



$$\text{cov}(\tilde{p}, \tilde{q}) \approx 0$$

リターンも増えるが
リスクも増える

(参考3) オプション価格理論

(1) Black-Scholes model の仮定 (= Black-Scholes world)

① 原資産の価格変動 $S(t)$

$$d\tilde{S}(t) = \mu \cdot S(t) \cdot dt + \sigma \cdot S(t) \cdot d\tilde{W}(t) \quad : \text{幾何Brown運動 (ランダムウォーク)}$$

② 安全資産の価格変動 $B(t)$

$$dB(t) = r \cdot B(t) \cdot dt$$

③ **完全市場**の仮定 : 取引コスト・取引制約なし、連続取引可能

④ **裁定取引不可能な市場**の仮定

(2) **帰結** : 原資産 $S(t)$ に対する満期 T 、行使価格 K のコールオプションの価格 $C(t)$

① 満期時 T のペイオフ = 満期時の価格

$$C(T) = \text{Max}[S(T) - K, 0]$$

② 時点 $t (0 \leq t < T)$ での価格 (Black-Scholes 式)

$$C(t) = S(t) \cdot \Phi(d_1) - K \cdot D(t, T) \cdot \Phi(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\log(S(t)/K) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

(続き)

- 1970年代、不確実性に対処する手段として金融理論を実用化→**金融工学**
 - + 電算機技術の発達
 - + 理学者／工学者の金融分野への参加 (Rocket Scientists など)

(分野) **新商品開発** (デリバティブス、証券化など)

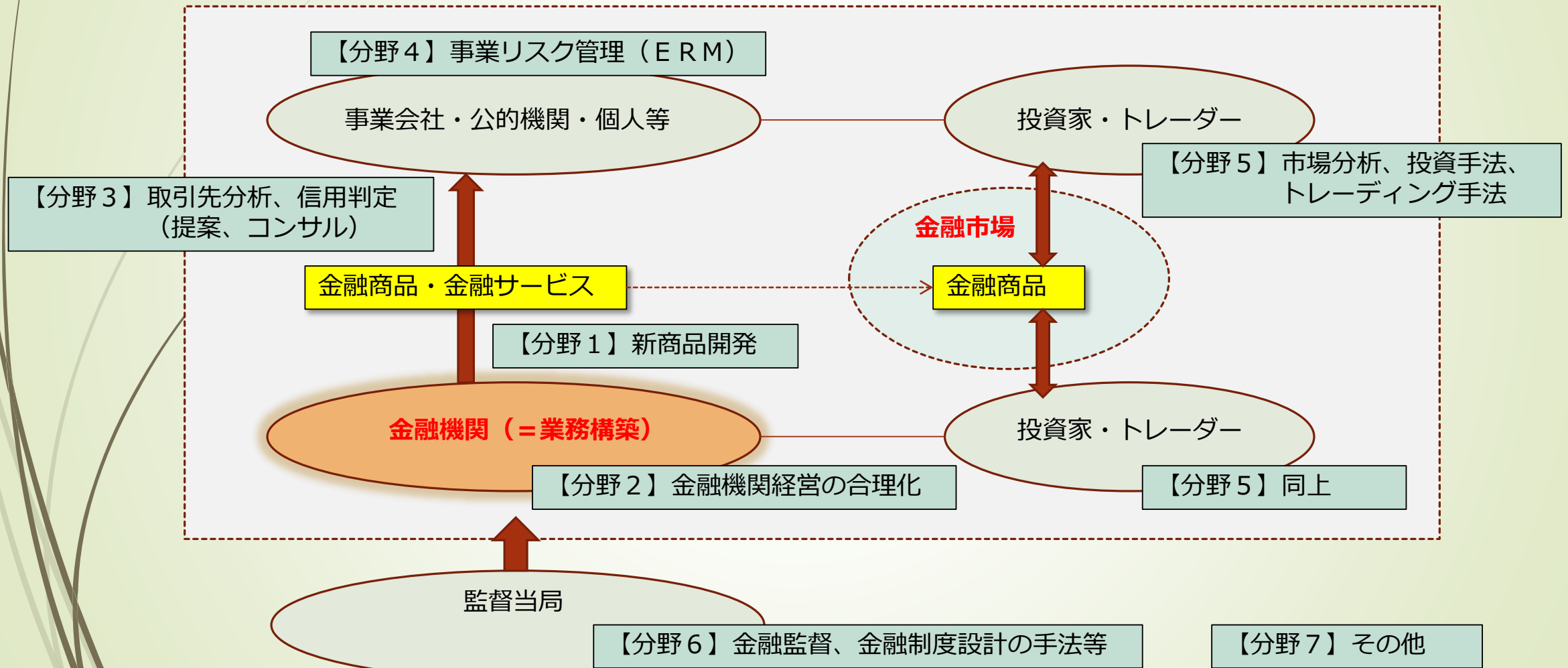
投資手法／トレーディング手法 (アセットアロケーション、各種手法)

経営管理 (ALM、貸出PF管理、統合リスク管理など)

金融政策 (金融自由化、完全・完備市場化など)

- 2000年代、**金融の高度化／金融立国**などと言われた時代

(参考4) 金融工学が対象とする主要分野



(続き)

(3) 2008年金融危機（リーマン・ショック）後の軌道修正

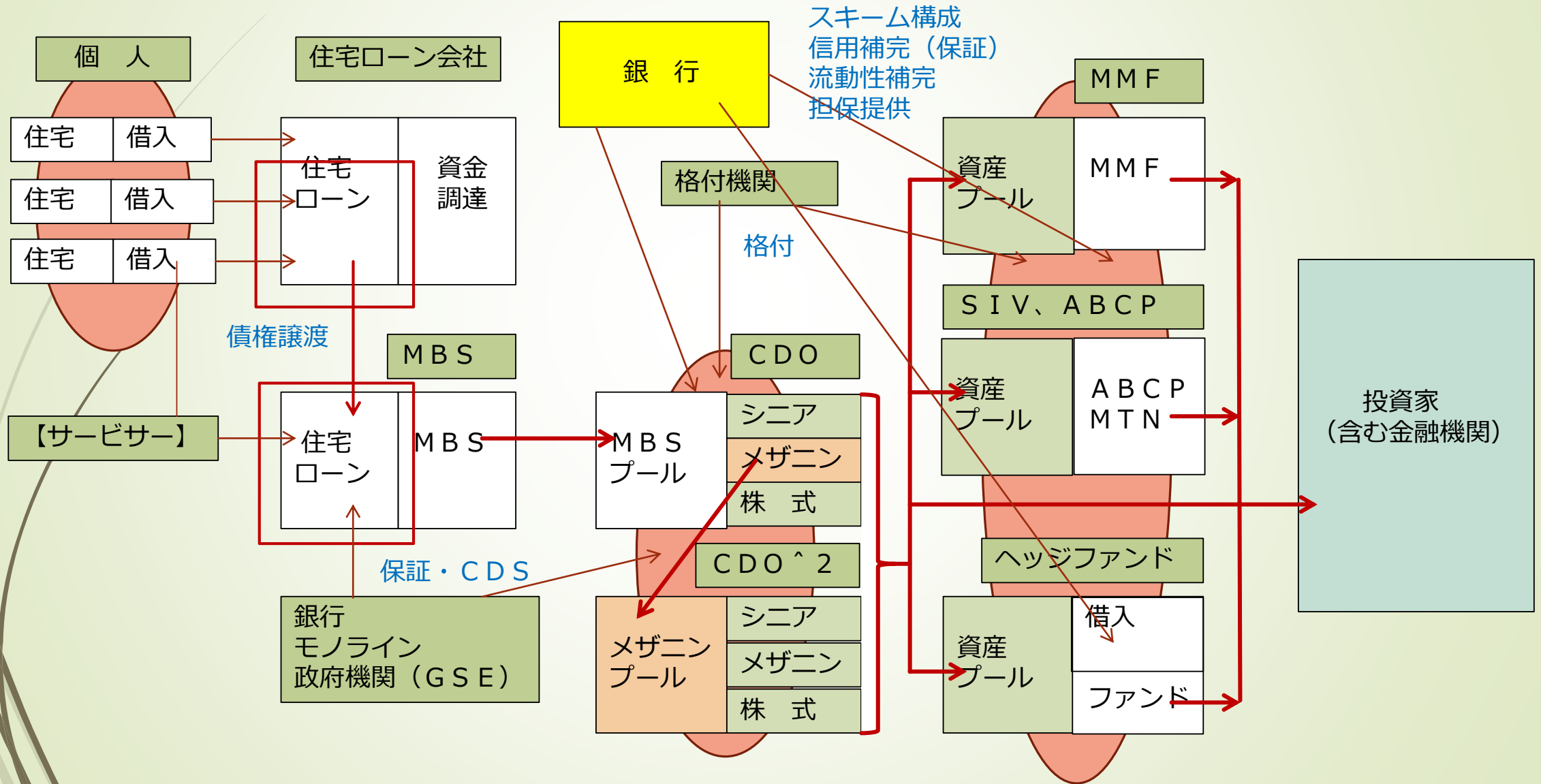
■ 金融工学批判への対処

- ・ 金融商品を複雑にし過ぎた（証券化、仕組債など）
- ・ 金融機能を分解（Un-bundling）して当事者責任を不明確にした
- ・ 数理モデルを単純化し過ぎた（証券化など）
- ・ モデル化可能範囲だけ高度化し、それ以外を無視した（金融リスク管理）

■ 金融市場の変化、超金融緩和策、高度IT／ネット社会への対応

- ・ 銀行間取引への信用リスクの反映（XVA問題）
- ・ ゼロ（マイナス）金利 → 技術問題から経営問題へ
- ・ 新しいインフラの活用、他業態からの攻勢、顧客の行動様式の変化 など

(参考5) 2008年金融危機の構図



2. 金融数理の新しいテーマ

- 金融危機後の金融数理は新しいテーマへの取り組みが求められている

(1) 新しい視点によるアプローチ

- 金融市場（金融システム）の分析

- ・ 金融商品 ($A = (a_1, \dots, a_T)$) \rightarrow 金融機関 ($P = \sum_i A_i$) \rightarrow 金融市場 ($M = \sum_j P_j$)
- ・ システミックリスク、世論・流行形成のモデル化 など

- 未知事象への対応（ストレステスト）

- ・ ストレス状況の表現、マクロ経済モデルとの融合
- ・ ストレスシナリオの構成

(参考6) 金融数理の対象の階層

(金融への数理手法適用の階層拡大：イメージ)

(1) Cash Flowの集まり = 金融商品

$$A = (a_1, \dots, a_T)$$

→合成、分解、価格評価、リスク特性など

(2) 金融商品の集まり

= 金融機関、投資ファンド等の資産・負債ポートフォリオ

$$P = \sum_i A_i$$

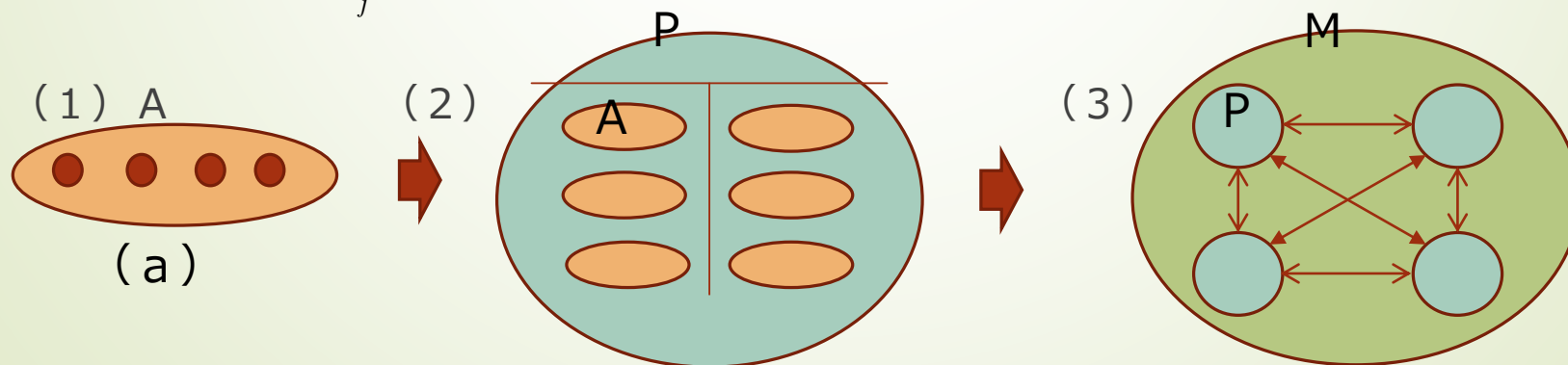
→収益性分析、リスク分析、最適化など

(3) 金融機関等の集まり

= 金融市場・金融システム

$$M = \sum_j P_j$$

→市場形成メカニズム、規制効果、システミックリスクなど



(参考7) 世論・集団行動発生モデルの例

■ 流行・世論・集団行動発生モデル例 (Nonlinear Dynamicsによる解析)

■ 流行等の規模 (N) の変化

他の流行 (M) との相互作用で増加

$$dN/dt = k \cdot M \cdot N$$

他の流行 (C) との相互作用で減少

$$dN/dt = -\theta \cdot C \cdot N$$

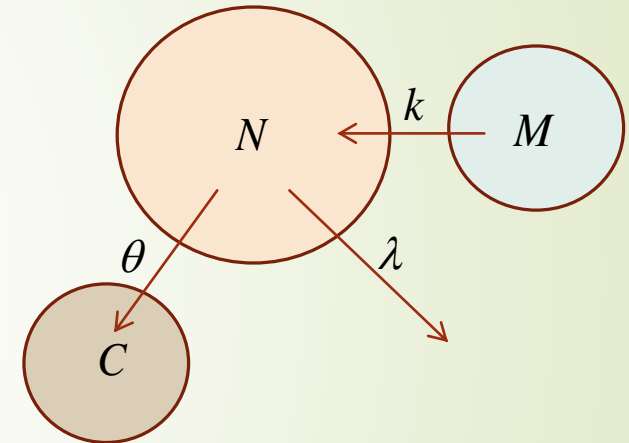
自らの相互作用で減少

$$dN/dt = -\lambda \cdot N^2$$

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} &= (kM - \theta C)N - \lambda N^2 \\ &= rN(1 - N/K) \end{aligned}$$

変数変換すると、 $\frac{dx}{dt} = rx(1-x)$ の挙動の分析に → Logistic Equation

$$x = N/K$$



(参考8) 不確実事象#のストレスシナリオ化

#発生確率が正確には不明な事象

■ **PGM**※によるストレスシナリオの設計

※Probabilistic Graphical Models

- ・過去データが取得できるようなイベントのみでは考慮する対象が限定される
- ・専門家の予測・分析などの定性情報を加味した「V a Rの拡張」

1. リスクシナリオの分類

- ・ 確実事象
- ・ 確率事象
- ↓
- ・ 不確実事象
- ・ 複雑性事象 (カオス)
- ・ ブラックスワン事象

発生事象

$$X = x$$

$$X \in \{x_1, \dots, x_n\}$$

$$X \in \{x_1, \dots, x_n, ?\}$$

既知

未知

発生確率

$$p(x) = 1 \text{ or } p(x) = 0$$

$$p(x_i) = p_i \quad p_i > 0 \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$l_i \leq p(x_i) \leq u_i \quad (\text{整合性のための条件付与})$$

発生メカニズム不明

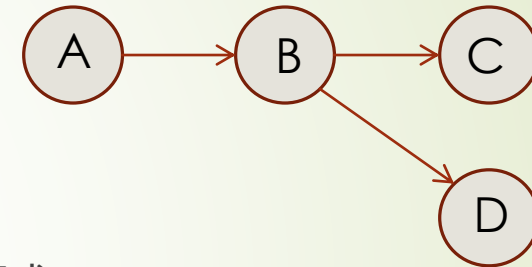
未知

(続き)

2. ストレスシナリオの設計

(1) PGMによるリスクシナリオの構成

- nodes : 出来事 (イベント) に対応
- edge (arrow) : 影響波及の表示

(2) 各nodes への条件付き確率の設定 → Credal nets の構成

- parent event が発生したという条件付きの各nodes の発生確率 → 確率を範囲で表示

感覚的表現を確率範囲に変換	Most Likely	Very Likely	Likely	Fifty-fifty	...
	0.9-1.0	0.8-0.9	0.65-0.8	0.35-0.65	

- 確率測度の凸集合 (有限生成)

$$K(X) = \left\{ P(X) \left| \sum_{x \in \Omega} P(x) = 1, P(x) > 0 \right. \right\} \quad P_1, P_2 \in K(X) \Rightarrow \theta \cdot P_1 + (1 - \theta) \cdot P_2 \in K(X)$$

上記の様に確率を範囲で設定すると、 $K(X)$ は有限個の端点で有限生成される

Convex Hull

(続き)

(2) 新しい社会環境への対応 (Fintech : 新しい金融イノベーション)

■ ビッグデータ解析

- ・ 従来型データ + 顧客行動データ、テキストデータなど
→ 機械学習手法の活用
- ・ 高頻度取引データ (ランダム到着データの統計解析など)

■ オープンネットワークのための技術

- ・ 個人認証 / プロテクション (暗号理論、画像認識技術など)
- ・ データ管理 (ブロック・チェーン技術)

■ 新しい取引形態の開発・リスク管理

- ・ 電子マネー / 仮想通貨
- ・ P2Pファイナンス / ロボ・アドバイザー など

3. 数理学界と実務界の協働の経緯

(1) 米国の例

- 学者・研究者 (Ph.D) が実務界に参加 (応用数学出身者も多数)
- 大学と実務界の行き来も盛ん
- I A Q F (International Association for Quantitative Finance) : 1992

(学者 v s 実務者)

- ・ I A F E (I A Q F の前身) での P. サミュエルソンの基調講演
(F. Black and The Revolutionary Idea of Financeより)

(実務研究者のプライド)

- ・ 米国西海岸の金融技術会社での会話
(講演者の体験)

(参考9) 金融工学者の経歴の例

■ R. マートン

- 1966 コロンビア大 (応用数学) 卒、カリフォルニア工科大修士(67)、MIT博士 (経済学) (70)
- 1970-93 MITスローン経営学大学院、ハーバード経営学大学院教授
- 1993-98 **ロングタームキャピタルマネジメントを設立**
- 1998-10 ハーバード経営学大学院教授

■ F. ブラック

- 1964 ハーバード大 (応用数学) 卒
- 1964 **アーサーDリトルに就職**
- 1971-84 シカゴ大ブース経営学大学院教授、MITスローン経営学大学院教授
- 1984 **ゴールドマンサックスに就職**
- 1995 死亡

(参考10) 逸話

- M I T 教授の P. サミュエルソンが I A F E の講演で、金融理論への貢献者（殿堂入り）の中に実務家トレーナーを加えなかったことに、M I T 教授の F. モジリアニが反発、
しかし、P. サミュエルソンは譲らなかった。

学者は価値ある唯一の貨幣のために仕事をする。学界からの称賛という貨幣である。その他の貨幣を受け取った者にその資格はない。

(2005: F. Black and The Revolutionary Idea of Financeより)

日経 B P 「金融工学者フィッシャー・ブラック」

- 米国西海岸の金融テクノロジー会社の技術者との会食
「ところで君はどこで P h. D を取った?」、 「私は学部卒だ」
「そうか・・・」
その後は話をしてくれなくなった。

(続き)

(2) 日本の場合

■ かつての銀行は文科系の職場



■ 1990年前後から理科系学生を大量採用

- ・ 学士中心。修士（博士）は例外的に採用
- ・ 様々な理科系学部からの採用
 - **問題の定式化能力**（もちろん現場にも無い）の**不足**
 - **問題解決能力**（数理能力、システム・組織などの組成能力）の**不足**

(続き)

■ そのような状況下での**日本（旧興銀）の金融技術開発**

1987年：金融商品開発部 1993年：フィナンシャルエンジニアリング部

1998年：興銀第一フィナンシャルテクノロジー（株）

- ・ 1980年代後半 新商品開発、金融市場への対応
- ・ 1990年頃 A L M (Asset Liability Management)
- ・ 1990年代 貸出ポートフォリオ管理、統合リスク管理、その他
- ・ 2000年頃 証券化商品、デリバティブ業務改善、その他

＜異分野の知恵・社外の知恵＞

- ・ 貸出 P F の信用リスク計量の高速計算（理論物理学Ph.D：社内）
- ・ G P Uによるモンテカルロ法の高速処理（情報工学修士：社内）
- ・ 貸出 P F への制約条件の改善（筑波大学：委託開発）
- ・ デリバティブ業務の改善（東京大学：委託開発）
- ・ 現実測度とリスク中立測度の相互関係（スタンフォード大学：委託開発）など

(続き)

■ 業界内での情報交換 (例)

- ・ 1980年代後半 キンザイ F E 研究会
都銀・長信銀・信託担当者の非公式の情報交換
- ・ 1990年代～ 日銀、大蔵省等が主催する研究会
- ・ 1990年代後半 全国地方銀行協会 (CRITSプロジェクト)
- ・ 2002年 東京リスクマネージャー懇談会 (TRMA) など

■ 数理ファイナンスのための学会の設立

- ・ 日本金融・証券計量・工学学会 (JAFEE) : 1993年 など

■ 大学での数理ファイナンス研究 / 社会人の受け入れ

- ・ 東京大学、一橋大学、早稲田大学、慶應義塾大学、立命館大学、明治大学 など
- ・ 日銀金融研究所、統計数理研究所 など

4. 金融数理の今後に向けて

■ 金融・経済学への数学教育

- ・ 金融・経済学を志す学生のための体系的な応用数学教育

■ 数学研究者の意識改革

- ・ 専門の理論数学を応用できるなら・・・程度の意識からの脱却

■ 企業の博士（Ph.D）採用の積極化

- ・ 人材の見極め、研究者としての活躍の場の提供 →（三菱UFJFGの例）

■ 大学と企業の間行き来

- ・ 大学の受け入れ、企業の派遣、・・・但し、もう一つの問題が

■ 業界としての議論の場の組成

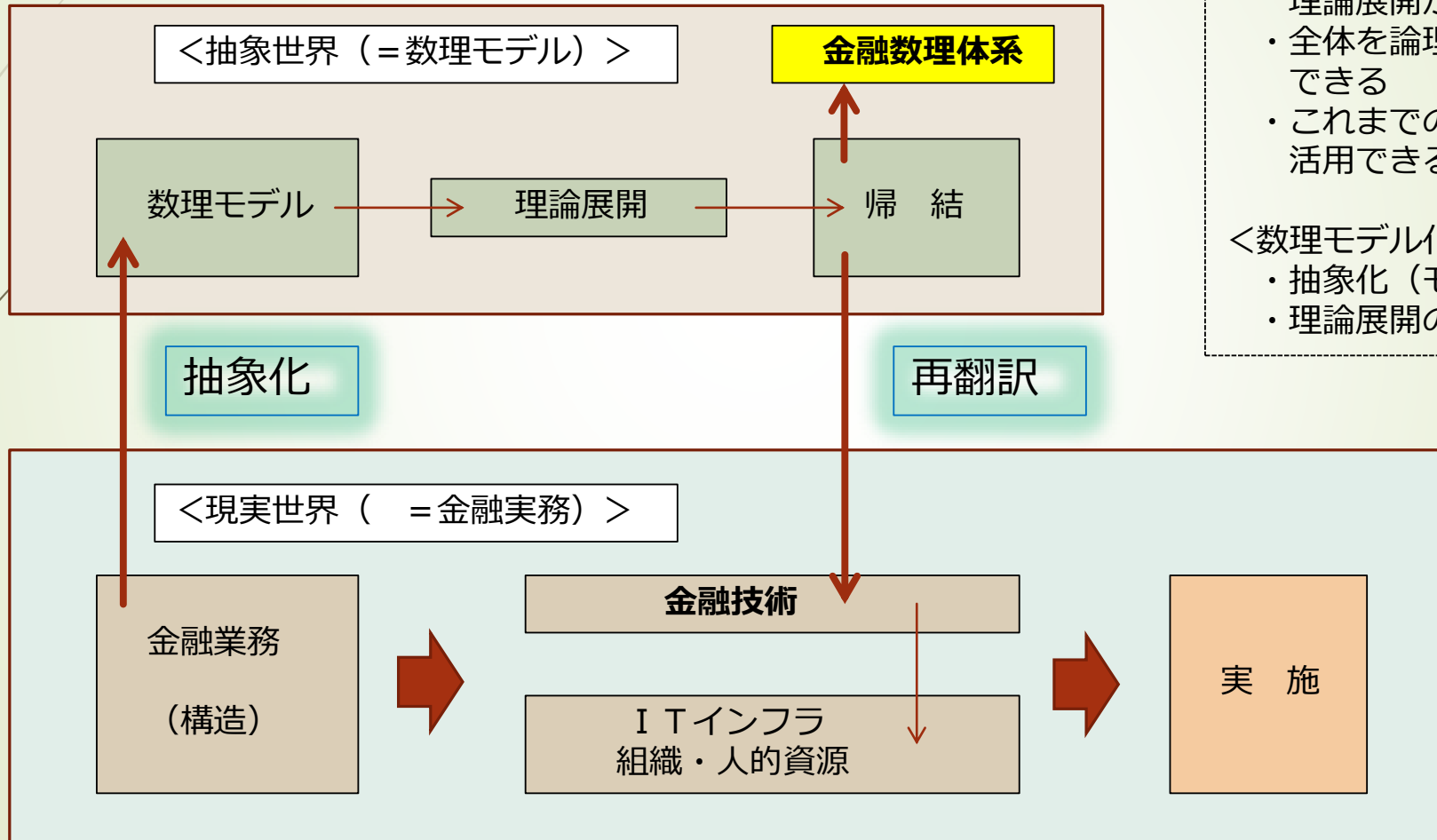
- ・ 競争としての金融技術 v s 社会インフラとしての金融技術

■ 社会インフラとしての共通DBの構築

- ・ 金融市場／金融システムが考察の対象に → 単独の金融機関では収集不可能

(参考11) 理論体系としての金融数理

【概要】金融に数理モデルを適用する場合の注意点



<数理モデル化のメリット>

- ・ 定量的に構成できる
- ・ 元の世界を忘れて、抽象的に理論展開ができる
- ・ 全体を論理的・整合的に構成できる
- ・ これまでの数理科学の成果を活用できる

<数理モデル化の注意点>

- ・ 抽象化 (モデル化) の妥当性
- ・ 理論展開の帰結の再検証